



НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ

За верен отговор на всяка задача с номер от 1 до 5 се присъждат 3 точки, на задача 6 трябва да се даде само отговор и тя се оценява с 5 точки, а задача 7 е с подробно описание на решението и се оценява с до 10 точки. Разрешено е ползването само на калкулатори и обясненията към темата.

Време за работа: 120 мин. Пожелаваме Ви успех!

Т Е М А за XII клас

Задача 1. За издръжката на едно училище е създаден специален фонд. Всяка година за текущите разходи на училището се използват 90% от годишната печалба на фонда, а останалата част от печалбата се капитализира след отделяне на средства за управлението на фонда в размер на 500 лв. на месец. Ако в началото капиталът на фонда е бил в размер на 2 000 000 лв., колко процента най-малко трябва да е годишната печалба на фонда, за да може описаният процес да се повтаря всяка година безсрочно?

- А) 0,9% В) 3% С) 10% Д) 27% Е) 30%

Задача 2. В началото на 2021 г. в разплащателната сметка на г-жа Петрова е имало 5000 лв. В началото на всеки месец същата година тя е теглила по 500 лв. за покупки. На 25^{то} число всеки месец в сметката били превеждани по 2500 лв. заплата, а в края на всеки месец банката удържала такса обслужване в размер на 5 лв. и след това начислявала проста месечна лихва от 0,01%. През месеците април и декември г-жа Петрова получила по 100 лв. съответно Великденски и Коледен бонус към заплатата си. В кой от посочените интервали се намира балансът в лева по сметката на г-жа Петрова в края на 2021 г.?

- А) [5000;15 000) В) [15 000;25 000) С) [25 000;35 000)
Д) [35000;45 000) Е) [45 000;55 000]

Задача 3. Инвеститор управлява портфейл от 100 000 лв., които може да инвестира в три продукта в началото на 2022 г. Ако инвестира в първия продукт, в края на 2022 г. се очаква инвестицията да нарасне с 10%, а в края на 2023 г. се очаква капитализираната сума да нарасне с още 30%. Вторият продукт е с хоризонт 1 година, като при него в края на всяка година се очаква инвестицията да нараства с 20%. При инвестиция в третия продукт в края на 2022 г. се очаква инвестицията да нарасне с 25%, а в края на 2023 г. се очаква нарасналата сума да се увеличи с още 15%. Възможно е пренасочване на средства от някой продукт в друг в края на 2022 г.

Поради риска, който всеки един от продуктите крие, за никоя година не може да бъдат инвестирани в един продукт повече от 45% от общия капитал към момента.

Каква е очакваната нараснала сума в края на 2023 г. при оптимално управление на портфейла?

- А) 150 200 В) 15 250 С) 150 300 Д) 150 350 Е) 150 400

Задача 4. Семейство решило при раждането на сина им да открие влог в банка с 3,5% сложна годишна лихва, като всеки месец внася по 320 лв. Колко ще бъдат средствата по влога на 18-ата годишнина на сина?

А) [7830;7850) В) [7850;7870) С) [7870;7890) D) [7890;7910) E) [7910;7930]

Задача 5. На един пенсионер му превеждат пенсията по банкова сметка в началото на всеки месец. Всеки месец през 2021 г. от м. февруари нататък пенсията на този пенсионер била увеличавана с по 1%. Ако в началото на 2021 г. сметката е била празна, а в края на годината е имало 2980,39 лв., то в кой от посочените интервали се намира балансът по сметката в лева в края на м. април 2021 г.?

А) [810;860) В) [860;910) С) [910;960) D) [960;1010) E) [1010;1060]

Задача 6. Намерете годишна сложна лихва с точност до цяло число проценти, при която сума може да се утрои за 8 години при тримесечно олихвяване.

Задача 7. Седмина приятели имат по една касичка с различни суми в тях. Те решили да изравнят сумите в касичките, като извършили следните ходове. Най-напред този, който имал най-много пари в своята касичка, дал на всеки от останалите толкова, колкото получателят имал в собствената си касичка. Ходовете продължили по същия начин, като при всеки ход този с най-много пари в своята касичка дал на всеки от останалите толкова, колкото получателят имал в собствената си касичка. Колко лева е имало първоначално в касичката с най-голяма наличност, ако след 6 хода се е оказало, че в седемте касички има по 128 лв.?

ОБЯСНЕНИЯ КЪМ ТЕМАТА

1. капитализиране = прибавяне или изваждане от основния капитал, т.е. от средствата за получаване на печалба;

2. баланс по сметка = налична или дължима сума;

3. портфейл (като термин във финансите) = съвкупност от пари, имоти, акции, облигации и други финансови активи;

4. инвестиция = влягане на парични средства с цел печалба;

5. сложна лихва е лихвата, която се начислява в края на всеки лихвен период, прибавя се към началния капитал и се олихвява заедно с него в края на следващия период; формулата за сложната лихва е $K_n = Kq^n = K\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$, където K е началният капитал, p % е лихвеният процент за съответния период, n е броят на периодите, а K_n е нарасналият краен капитал;

6. сума K , получена от равни вноски с размер V , които се внасят на равни интервали от време (периоди) за даден срок, е равна на $K = V \cdot \frac{q^n}{q^n - 1}$, където p % е лихвеният процент за един период, n е броят на периодите и $q = 1 + \frac{p}{100}$.